

EJERCICIOS POLINOMIOS

FICHA 3

1.- Dados los polinomios:

$$P(x) = x^5 + 2x^4 - x^3 - 3x^2 + 1$$

$$Q(x) = 2x^3 - 1$$

a) Calcula $Q(x) \cdot P(x)$

b) Descompón en factores $P(x)$

2.- Calcula y simplifica:

$$(4x^2 - 1)(4x^2 + 1) - (4x^2 - 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1)$$

3.- Factoriza los siguientes polinomios:

a) $2x^3 - 3x^2 + 1$

b) $x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x$

c) $2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$

d) $2x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 7x + 6$

SOLUCIONES

1.-

a) $P(x) = x^5 + 2x^4 - x^3 - 3x^2 + 1$

$Q(x) = 2x^3 - 1$

$$(x^5 + 2x^4 - x^3 - 3x^2 + 1)(2x^3 - 1) = 2x^8 + 4x^7 - 2x^6 - 6x^5 + 2x^3 - x^5 - 2x^4 + x^3 + 3x^2 - 1 =$$

$$= 2x^8 + 4x^7 - 2x^6 - 7x^5 - 2x^4 + 3x^3 + 3x^2 - 1$$

b) $P(x) = x^5 + 2x^4 - x^3 - 3x^2 + 1$

$D(1) = 1, -1$

	1	+2	-1	-3	0	+1
1		+1	+3	+2	-1	-1
	1	+3	+2	-1	-1	0
-1		-1	-2	0	1	
	1	+2	0	-1	0	
-1		-1	-1	+1		
	1	+1	-1	0		

$P(x) = (x-1)(x+1)(x+1)(x^2 + x - 1)$

Resolvemos la ecuación $x^2 + x - 1 = 0$ Cuyas soluciones son: $(-1 + \sqrt{5})/2$ y $(-1 - \sqrt{5})/2$

Con lo que $P(x) = (x-1)(x+1)^2 \left(x - \frac{-1+\sqrt{5}}{2} \right) \left(x - \frac{-1-\sqrt{5}}{2} \right)$

2.- $(4x^2 - 1)(4x^2 + 1) - (4x^2 - 1)^2 - (2x + 1)(2x - 1)$

$$= (4x^2)^2 - 1^2 - [(4x^2)^2 + 1^2 - 2 \cdot 4x^2 \cdot 1] - ((2x)^2 - 1^2) =$$

$$= 16x^4 - 1 - (16x^4 + 1 - 8x^2) - (4x^2 - 1) = 16x^4 - 1 - 16x^4 - 1 + 8x^2 - 4x^2 + 1 =$$

$$= 4x^2 - 1$$

3.- a) $2x^3 - 3x^2 + 1$

$Div(1) = 1, -1$

	2	-3	0	+1
1		+2	-1	-1
	2	-1	-1	0
1		+2	+1	
	2	+1	0	

Luego $2x^3 - 3x^2 + 1 = (x-1)^2(2x+1)$

b) $x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x = x(x^3 - 2x^2 - x + 2)$

$Div(2) = 1, -1, 2, -2$

	1	-2	-1	+2
1		+1	-1	-2
	1	-1	-2	0
-1		-1	+2	
	1	-2	0	

Luego $x^4 - 2x^3 - x^2 + 2x = x(x-1)(x+1)(x-2)$

c) $2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$

$Div(3) = 1, -1, 3, -3$

$$\begin{array}{r|rrrr}
 & 2 & +3 & -2 & -3 \\
 1 & & +2 & +5 & +3 \\
 \hline
 & 2 & +5 & +3 & 0 \\
 -1 & & -2 & -3 & \\
 \hline
 & 2 & +3 & 0 &
 \end{array}$$

Luego $2x^3 + 3x^2 - 2x - 3 = (x - 1)(x + 1)(2x + 3)$

d) $2x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 7x + 6$

Div(6)=1, -1, 2, -2, 3, -3, 6, -6

$$\begin{array}{r|rrrrrr}
 & 2 & +3 & -12 & -7 & +6 \\
 -1 & & -2 & -1 & +13 & -6 \\
 \hline
 & 2 & +1 & -13 & +6 & 0 \\
 2 & & +4 & +10 & -6 & \\
 \hline
 & 2 & +5 & -3 & 0 &
 \end{array}$$

Resolviendo la ecuación de segundo grado

$$2x^2 + 5x - 3 = 0$$

Raíces: $1/2$ y -3

De donde tendremos que $2x^4 + 3x^3 - 12x^2 - 7x + 6 = 2(x + 1)(x - 2)(x + 3)\left(x - \frac{1}{2}\right)$